المنطق التقليدي من وجهة نظر المنطق الرياضي

هادي فضل الله(*)

يلتقي المنطق التقليدي[1] مع المنطق الرياضي في الموضوع والمنهج والغاية. فموضوعهما الاستنباط، ومنهجهما الرموز، وغايتهما أن يكون المنطق علماً برهانياً؛ أي نسقاً يبرهن على قوانينه استنباطياً.

مع ذلك، فإنّ المنطق الرياضي يختلف عن المنطق التقليدي؛ ممّا يجعل المنطقين منفصلين في داخل الدائرة الصّورية الواحدة التي تضمُّهما معاً. ويمكن أن نتبيَّن الفرق بينهما من الخصائص الآتية:

أ ـ صورية المنطق الرياضي خالصة. فالمنطق الرياضي لا يهتّم بالعلاقات المادية الخارجية؛ وإنما يهتم بدراسة العلاقات المنطقية بين القضايا وصورها، على خلاف المنطق التقليدي، الذي يجمع بين الصوريّة والمادية.

ب ـ المنطق التقليدي يستعين بالرموز للإشارة إلى متغيرات القضايا، ويستعمل ألفاظ اللغة للإشارة إلى الثوابت المنطقية والعلاقات؛ في حين أنّ المنطق الرياضي لا يستعمل إلاّ الرموز.

ج ـ يعتمد المنطق التقليدي على الاستدلال القياسي كنوع وحيد من أنواع الاستنباط؛ أمّا المنطق الرياضي، فلا يحصر الاستنباط بالقياس؛ وإنما يعتمد على أنواع استدلالية عديدة، كالجداول الصدقية، واللزوم، والتلازم، والنسق البديهي، وحساب الفئات، وحساب العلاقات أو المحمولات.

د ـ العلاقات في المنطق التقليدي قليلة وأهمها وأكثرها استعمالاً علاقة الانتماء أو الاشتمال؛ أمّا العلاقات في المنطق الرياضي فكثيرة أهمها العلاقة العنصرية التي تربط

(*) أستاذ في الجامعة اللبنانية ـ كلية الآداب ـ قسم الفلسفة.

(1) ويسمى بالمنطق الأرسطي، أو القديم.

بين حدود القضية الواحدة، وعلاقة الوصل، والفصل، والسلب، والانعكاس...

هـ ـ لم يميِّز المنطق التقليدي بين القضية ودالَّتها[2]، على خلاف المنطق الرياضي.

و ـ المنطق الرياضي يستخدم كمَّ المحمول وحسابه، ممَّا يجعله أكثر دقّة من المنطق التقليدي، في النتائج الإستدلالية.

المنطق الرمزي، كما سمَّاه (VENN)، أو الرياضي، كما سمَّاه (HILBERT) و (LEIBNIZ)، أو جبر المنطق، كما سمَّاه (BOOLE)، أو حساب الاستدلال، كما سمَّاه (DE MORGAN)، أو الصوري، كما سمَّاه (RUSSEL) هو المنطق الذي يعتمد الرموز والمصطلحات للتعبير عن المبادئ والقوانين المنطقية. وهو منطق جديد يحتاج إلى تعلُّم وتدريب، بغية فهمه والإلمام بموضوعاته. ولا تكفي معرفة المنطق التقليدي من أجل معرفة المنطق الرياضي وفهم جزئياته ومسائله الخاصة.

يقوم المنطق الرياضي على أساسين هما: المنطق والرياضيات.

يتمثَّل الأساس المنطقي في الجهود والدراسات التي قدَّمها المناطقة، بغية تفسير بعض النظريات والمبادئ الخاصة بالمنطق التقليدي تفسيراً رياضياً[3]. وعلى ذلك يمكن القول إنَّ المنطق الرياضي ليس إلاَّ استمراراً للمنطق التقليدي[4]، أو هو محطّة من محطات المناطقة في محاولاتهم لتخطّي المنطق القديم وإقامة منطق صوري جديد يتلافى أخطاء وعيوب ونواقص المنطق القديم. «فالمنطق التقليدي مرتبط بالمنطق الرمزي كارتباط الجنين بالجسم البالغ»[5].

أمّا الأساس الرياضي، فيتمثَّل بدوره في اتجاهين اثنين:

الاتجاه الأول: سعى أصحاب هذا الاتجاه إلى وضع منهج شبيه بمنهج الرياضيات لجهة الدقة، بحيث يمكن أن يطبّق على كل المواضيع الفكرية. وأوّل من قام بهذه المحاولات ديكارت، وليبنز.

الاتجاه الثاني: وأكّد أصحابه ضرورة العمل على تطوير المنطق؛ ليتمكن الرياضيون بواسطته حلَّ الكثير من الإشكالات الرياضية، فضلاً عن تحليل أسس الرياضيات، بما فيها من مبادئ ومفاهيم أولية. وبرز هذا الاتجاه بعد ظهور الهندسات

(2) دالة القضية تعبير لا يعطي معنى محدداً، كما لا يفيد خبراً صادقاً أو كاذباً؛ لأنه يحتوي على حدٍ أو أكثر غير محدد، مثل: (س فيلسوف).

(3) انظر، لوكازيفتش: **نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث**، ترجمه إلى العربية، عبد الحميد صبره، الإسكندرية، منشأة المعارف، 1961م.

(4) كما يؤكد (LUQUET) انظر، LUQUET, **La LOGIUE FORMELLE,** Paris 1925.

(5) أ.هـ. بيسون، د.ج. أوكونر، **مقدمة في المنطق الرمزي**، ترجمة عبد الفتاح الديدي، مصر، دار المعارف، ص 25.

اللاإقليدية. ومن أبرز رجالاته لوباشيفسكي، وبول، وكارنب. وعموماً، فإنّ للمنطق الرياضي أهمية بالغة لا يمكن إغفالها؛ فهو يلعب دوراً أساسياً بارزاً في الفكر المعاصر؛ لا سيَّما في الفلسفة المعاصرة. وله يعود الفضل في تطور المدارس الفلسفية. وعليه، فإنّ دراسة المنطق الرياضي وفهم مسائله ومواضيعه باتت من الأمور المطلوبة لكلّ من أراد فهم الفلسفة المعاصرة بمدارسها وأنساقها المتعدّدة؛ كما أنَّ فهم هذا المنطق والإلمام بمواضيعه، ولا سيَّما حساب القضايا والمحمولات، يشكّل أساساً مهماً في الكشف عن صحة الاستدلال أو فساده في المنطق التقليدي. هكذا يقدم المنطق الرياضي منهجاً للمعرفة نستدلّ بواسطته على الاستدلال الصحيح والاستدلال الفاسد في المنطق التقليدي.

وعليه، يمكننا أن نتحقّق، بواسطة المنطق الرياضي من صدق أو كذب أحكام الاستدلال المباشر في المنطق التقليدي، بأنواعه الستة؛ كما يمكننا أن نميِّز من وجهة نظر هذا المنطق، الضرب المنتج من الضرب غير المنتج من ضروب أشكال القياس الاقتراني الحملي في المنطق التقليدي، وذلك في ضوء تحليل المنطق الرياضي للقضايا واعتباره أنّ القضية الكلية قضيّة شرطية متصلة والقضية الجزئية قضية معطوفة أو موصولة.

لقد ذهب أصحاب المنطق الرياضي إلى أنّ القضية الحملية هي حصراً القضية المفردة أو الشخصية، التي موضوعها شخص ما بعينه. ومن أمثلتها: أرسطو فيلسوف ـ عنترة شجاع[6]. أمَّا القضية التي تتألّف من حدَّين ولا يكون موضوعها اسم علم، فليست قضية شخصية. ومن أمثلتها: العنقاء موجودة ـ الإنسان حيوان ـ الورد جميل ـ الكلب وفيٌّ. هذه قضايا مهملة، كان اعتبرها المنطق التقليدي قضايا بسيطة؛ أمَّا المنطق الرياضي فلا يعتبرها قضايا بسيطة ولا يعتبرها قضايا مركبة؛ إنها، على رأي المناطقة الرياضيين، قضايا معقدة، تلحق بالقضايا الجزئية[7]. وعليه، فإنّ القضايا الأربع التقليدية: الكلية الموجبة، الكلية السالبة، الجزئية الموجبة، الجزئية السالبة، والتي اعتبرها أصحاب المنطق التقليدي قضايا حملية بسيطة، ليست هي كذلك، من وجهة نظر المناطقة الرياضيين؛ وإنما هي قضايا مركبة؛ لأن مواضيعها ليست أسماء أعلام، فضلاً عن أنها ليست مواضيع في الأساس، بل هي محمولات. وفي ما يلي تحليل المناطقة الرياضيين للقضايا الأربع.

---

(6) لقد ميَّز ابن سينا بين القضية الحملية والقضية الشخصية. انظر، ابن سينا: **الإشارات والتنبيهات**، مع شرح نصير الدين الطوسي، ط3، القسم الأول، تحقيق سليمان دنيا، القاهرة، دار المعارف، ط3، ص 229.

(7) وهذا ما ذهب إليه ابن سينا. فالقضية المهملة، على رأي ابن سينا، هي في قوة القضية الجزئية. انظر، ابن سينا: **الشفاء، المنطق** (3 ـ العبارة)، تحقيق محمود الخضيري، تصدير ومراجعة إبراهيم مدكور، المؤسسة المصرية العامة للتأليف والنشر، القاهرة، دار الكاتب العربي للطباعة والنشر، 1390هـ/1970م، ص 51.

القضيّة الكليّة الموجبة

القضية الكلية الموجبة، التي اعتبرها المناطقة التقليديون قضية حملية بسيطة، هي في نظر المناطقة الرياضيين، قضية مركبة، لأنها تتضمن معنى وصيغة القضية الشرطية المتصلة. فالقضية الكلية الموجبة (كل حديد معدن) والتي تعني، أنّ ما هو حديد هو معدن، يمكن صياغتها وفق القضية الشرطية الآتية: (كل شيء إذا كان ذلك الشيء حديداً، فذلك الشيء معدن) وهذه قضية شرطية متصلة كلية موجبة[8]. وإذا أردنا كتابة هذه القضية بالصياغة الرمزية، وبحسب المناطقة الرياضيين، فما علينا إلاّ وضع رمز خاص بالسور الكلي، ورمز خاص باللفظ شيء. لذلك رمزنا بدائرة صغيرة (٥)[9] للدلالة على السور الكلي الموجب والسالب على حد سواء، واستبدلنا اللفظ (شيء) بالرمز (س)، واستبدلنا الأداة (إذا...فـ) برابط الشرط (←). وعليه، فإننا نكتب القضية الكلية الموجبة وفق الصورة الآتية:

كل س (س حديد ← س معدن)

أو وفق الصيغة الآتية:

٥ س (حديد (س) ← معدن (س))

أي إننا نضع السور الكلي على يمين القضية، ونكتب المحمول أولاً، ثم الموضوع[10]، ونضع القضية بكاملها بين قوسين؛ لنبيِّن أن مجال السور هو على القضية بكاملها، أي إن القضية كلها مقيدة بالسور الكلي. وإذا أردنا قراءة الصورة، فإننا نقرأها كما يلي: (بالنسبة لكل (س) إذا قلنا إن (س) حديد فنقول إن (س) معدن).

القضية الكلية السالبة

القضية الكلية السالبة تتألف، من وجهة نظر المنطق الرياضي، من قضيتين ترتبطان بواسطة أداة الشرط (إذا... ف) وتكونان قضية شرطية متصلة كلية سالبة. وفي ما يلي مثال توضيحي:

إذا كانت لدينا القضية الكلية السالبة (لا جماد حي)، فإننا نفهم منها، أن لا واحد ممَّا هو جماد بحي. وهذا يمكن صياغته وفق القضية الآتية:

(كل شيء إذا كان هذا الشيء جماداً، فلا يكون هذا الشيء حياً). وهذه قضية شرطية متصلة كلية سالبة[11].

---

(8) لاحظنا أن الحدّ (حديد) هو محمول وليس موضوعاً.

(9) تستخدم بعض الكتب المنطقية، للدلالة على السور الكلي، الرمز (س) الكبير، أو الرمز (∧) الكبير، أو الرمز (×) الكبير...

(10) كما هو دأب المناطقة بشكل عام.

(11) لاحظنا أن الحدّ (جماد) ليس موضوعاً؛ وإنما هو محمول.

وإذا أردنا كتابة هذه القضية وفق الصياغة الرمزية، فإننا نستبدل السور (كل) بالرمز الكلي (○)، ونضع الرمز (س) مكان الحد (شيء)، ونستبدل أداة الشرط (إذا...ف) برابط الشرط (←)، ونستبدل أداة النفي (لا) برابط السلب (¬)، ونكتب القضية على الصورة الآتية؛

كل س (س جماد ← ليس س حياً)

أو وفق الصيغة الآتية:

○ س (جماد (س) ← ¬ حياً (س))

ونقرأها كما يلي:

(بالنسبة لكل (س) إذا قلنا إن (س) جماد، فنقول إن (س) لا يكون حياً).

القضية الجزئية الموجبة

القضية الجزئية الموجبة تتضمَّن، من وجهة نظر المنطق الرياضي، معنى وصيغة القضية الموصولة أو المعطوفة. فالقضية الجزئية الموجبة (بعض الأشكال الهندسية دوائر) تعني، أنه يوجد شيء واحد على الأقل، بحيث يكون هذا الشيء شكلاً هندسياً ودائرة معاً. ويمكن صياغة هذا المعنى على الشكل الآتي:

(الشيء الواحد هو شكل هندسي وهو دائرة). وهذه قضية موصولة أو معطوفة تركبت من قضيتين هما: (الشيء الواحد هو شكل هندسي) و (الشيء الواحد هو دائرة)ربطت بينهما أداة العطف (و)[12].

وإذا أردنا، بحسب المنطق الرياضي، كتابة القضية باللغة الرمزية، فإننا نضع رمزاً خاصاً للسور الجزئي أو البعضي، ورمزاً خاصاً للحد (شيء)، ونستبدل أداة العطف (و) برمز الوصل. لذلك، فقد رمزنا بدائرة صغيرة يتوسطها خط (⊖)[13] للدلالة على سور القضية الجزئية الموجبة والسالبة على حد سواء، واستبدلنا الحد (شيء) بالرمز (س)، وأداة العطف (و) برابط الوصل (∧)، وكتبنا القضية على الصورة الآتية:

بعض س (س شكل هندسي وس دائرة).

أو الصيغة الآتية:

⊖ س (شكل هندسي (س) ∧ دائرة (س)).

(12) لاحظنا أن الحدّ (الأشكال الهندسية) ليس موضوعاً؛ وإنما هو محمول.

(13) يستخدم بعض المناطقة، للدلالة على السور الجزئي، الرمز(∃) الكبير، أو الرمز (V) الكبير... انظر، على سبيل المثال لا الحصر، عادل فاخوري: **المنطق الرياضي**؛ ط2، دار العلم للملايين، بيروت، 1979م، ص 147 ـ 152؛ كريم متى: **المنطق الرياضي**، ط1، مؤسسة الرسالة، بيروت، 1399هـ/1979م، ص 123 ـ 128.

أي إننا وضعنا السور الجزئي على يمين القضية، وكتبنا المحمول أولاً ثم الموضوع، ووضعنا القضية بكاملها بين قوسين، لنبيِّن أن مجال السور الجزئي هو على القضية بكاملها، كمجال السور الكلي، أي إن القضية كلها مقيَّدة بالسور الجزئي. ونقرأ هذه الصيغة كما يلي:

(هناك على الأقل فرد واحد هو (س)، بحيث يكون (س) شكلاً هندسياً ودائرة).

القضية الجزئية السالبة

إذا حلَّلنا القضية الجزئية السالبة (ليس بعض الطلاب أذكياء)، بحسب المنطق الرياضي، لوجدناها قضية مركبة وليست بسيطة، كما ادَّعى المنطق التقليدي. فهذه القضية تعني، أنه يوجد فرد واحد على الأقل بحيث يكون هذا الفرد طالباً وليس ذكياً. ويمكن صياغة هذا المعنى على الشكل الآتي:

(الفرد الواحد هو طالب والفرد الواحد ليس ذكياً) وهذه قضية الوصل أو العطف؛ وهي قضية مركبة من قضيتين هما: (الفرد الواحد هو طالب) و (الفرد الواحد ليس ذكياً) ربطت بينهما أداة العطف (و)(14).

وإذا استبدلنا الحد (الفرد الواحد) بالرمز (س)، وأداة العطف (و) برابط الوصل ($\wedge$)، وأداة النفي (ليس) برابط السلب ($\neg$)، ووضعنا رمز السور البعضي ($\ominus$)؛ لكتبنا القضية على الصورة الآتية:

بعض س (س طالب وس ليس ذكياً)

أو وفق الصيغة الآتية:

$\ominus$ س (طالب (س) $\wedge$ $\neg$ ذكياً (س))

ولقرأناها كما يلي:

(هناك على الأقل فرد واحد هو (س)، بحيث يكون (س) طالباً وليس ذكياً)

إذاً، القضايا التقليدية الأربع، تكتب باللغة الرمزية وفق الصور الآتية، مع الإشارة إلى أننا سنرمز لموضوع القضية بالرمز (ع) ولمحمول القضية بالرمز (ق):

القضية الكلية الموجبة (كل ع هي ق) $\circ$ س (ع (س) $\leftarrow$ ق (س))

القضية الكلية السالبة (لا ع هي ق) $\circ$ س (ع (س) $\leftarrow$ $\neg$ ق(س))

القضية الجزئية الموجبة (بعض ع هي ق) $\ominus$ س (ع (س) $\wedge$ ق (س))

القضية الجزئية السالبة (ليس بعض ع هي ق) $\ominus$ س (ع (س) $\wedge$ $\neg$ ق (س))

هكذا باختصار، حلَّل المناطقة الرياضيون القضايا التقليدية الأربع. لكن، كيف

(14) لاحظنا أن الحدّ (الطلاب) ليس موضوعاً؛ وإنما هو محمول.

اعتبر المناطقة الرياضيون تحليلهم للقضايا الأربع منهجاً لاختبار صحة الاستدلال المباشر وفساده، وصحة القياس وفساده، أو بالأحرى، ما هي أنواع الاستدلال المباشر الصادقة وما هي أنواع الاستدلال المباشر الكاذبة، من وجهة نظر المنطق الرياضي، وكذلك، ما هي ضروب أشكال القياس الاقتراني الحملي الصادقة وما هي الضروب الكاذبة من وجهة نظر هذا المنطق؟ أو ما هي الضروب التي يتّفق المنطق الرياضي والمنطق التقليدي على صدقها، وما هي الضروب التي يختلف المنطقان على صدقها؟.

ستقع إجابتنا على ذلك تحت عنوانين اثنين هما:

أ ـ الاستدلال المباشر من وجهة نظر المنطق الرياضي.

ب ـ ضروب أشكال القياس الاقتراني الحملي من وجهة نظر المنطق الرياضي.

أ ـ الاستدلال المباشر من وجهة نظر المنطق الرياضي

سنتناول كل نوع من أنواع الاستدلال المباشر للتأكد من صدق أحكامه أو كذبها، من وجهة نظر المنطق الرياضي.

أولاً: التقابل: يعبِّر التقابل عن أوجه الاختلاف الحاصل بين القضايا لجهة الأسوار، وليس لجهة الحكم. لذا فهو يكون دائماً بين قضيتين متفقتين من حيث الموضوع والمحمول ومختلفتين من حيث الكيف، أو الكم، أو الكيف والكم معاً. والتقابل إما أن يكون تناقضاً أو تضاداً أو دخولاً تحت التضاد أو تداخلاً.

1 ـ **التناقض:** ويكون بين القضية الكلية الموجبة والقضية الجزئية السالبة، وبين القضية الكلية السالبة والقضية الجزئية الموجبة.

أي بين:

(كل ع ق) و (ليس بعض ع ق)

○ س (ع س ← ق س) و ¬ ⊖ (ع س ∧ ¬ ق)

ويمكننا أن نتحقق من صدق أحكام التناقض في المنطق التقليدي بواسطة الجدول الصدقي:

(ع ← ق)	⟷	¬	(ع ∧ ¬ ق)
ص ص ص	ص	ص	ص ك ك
ص ك ك	ص	ك	ص ص ص
ك ص ص	ص	ص	ك ك ك
ك ص ك	ص	ص	ك ك ص

وهذه صيغة صحيحة، كما يظهر في الجدول.

وكذلك يكون التناقض بين:

(لا ع ق) و (بعض ع ق)

○ س (ع س ← ⌐ ق س) و ⌐ ⊖ (ع س ∧ ق س)

ويمكننا أن نتحقق من صدق التناقض بواسطة الجدول الصدقي أيضاً على غرار ما فعلنا في المثال السابق، ونحكم بصدق الصورة:

(ع ← ⌐ ق) ⟷ ⌐ (ع ∧ ق)

2 ـ **التضاد:** ويكون بين القضيتين الكليتين الموجبة والسالبة، أي بين القضيتين:

(كل ع ق) و (لا ع ق)

وصورته الرمزية هي:

⌐ (○ س (ع س ← ق س) ∧ ○ س (ع س ← ⌐ ق س))

ويمكننا التَّحقق من عدم صدق أحكام التضاد في المنطق التقليدي بواسطة الجدول الصدقي:

⌐	((ع	←	ق)	∧	(ع	←	⌐ ق))
ص	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ك
ص	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك
ك	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ص

هذه الصيغة ليست صحيحة كما يظهر في الجدول.

وعموماً، فإن وجهة نظر المنطق التقليدي تؤكّد أن القضيتين المتضادتين لا تصدقان معاً، في حين أنّ وجهة نظر المنطق الرياضي تقرِّر أنه يمكن أن تكون القضيتان المتضادتان الكلية الموجبة والكلية السالبة صادقتين معاً، وذلك في حال كون موضوعهما معدوماً، أي لا وجود فعلياً له، مثل:

لا (كلّ إنسان خالد ولا إنسان خالد)؛ لأنه لا يوجد إنسان خالدٌ أصلاً.

3 ـ **الدخول تحت التضاد:** ويكون بين القضيتين الجزئيتين الموجبة والسالبة، أي بين القضيتين:

(بعض ع ق) و (ليس بعض ع ق)

وصورته الرمزية هي:

⊖ س (ع س ∧ ق س) ∨ ⊖ س (ع س ∧ ⌐ ق س)

ويمكننا التحقق من عدم صدق أحكام الدخول تحت التضاد في المنطق التقليدي بواسطة الجدول الصدقي:

(ع ∧ ق)	∨	(ع ∧ ¬ ق)
ص ص ص	ص	ص ك ك
ص ك ك	ص	ص ص ص
ك ك ص	ك	ك ك ك
ك ك ك	ك	ك ك ص

هذه الصيغة ليست صحيحة كما يظهر في الجدول.

وعموماً، فإنّ وجهة نظر المنطق التقليدي تؤكد أن القضيتين الداخلتين تحت التضاد لا تكذبان معاً؛ في حين أن وجهة نظر المنطق الرياضي ترى أنه يمكن أن تكون القضيتان الداخلتان تحت التضاد كاذبتين معاً، وذلك في حال كون موضوعهما معدوماً، أي لا وجود فعلياً له[15]، مثل:

(بعض الأنبياء مخطئون أو ليس بعض الأنبياء مخطئين)؛ لأنه لا يوجد نبي مخطئ أصلاً.

4 ـ **التداخل**: ويكون بين القضيتين الموجبتين الكلية والجزئية، وبين القضيتين السالبتين الكلية والجزئية. وقوانين التداخل في المنطق التقليدي لا تكون صادقة صدقاً يقينياً إلاّ في حال صدق القضية الكلية الموجبة الذي يقتضي صدق القضية الجزئية الموجبة المتداخلة معها، وفي حال صدق القضية الكلية السالبة الذي يقتضي صدق القضية الجزئية السالبة التي تتداخل معها. وعليه، فإننا سندرس قوانين التداخل في حال صدق كل من القضيتين الكليتين.

في حال صدق الكلية الموجبة: يكون التداخل على الشكل الآتي:

(كل ع ق)   تقتضي   (بعض ع ق)

أو الصيغة الرمزية الآتية:

○ س (ع س ← ق س) ← ⊖ س (ع س ∧ ق س)

ويمكننا أن نتحقق من عدم صدق أحكام هذا التداخل بواسطة الجدول الصدقي)

(15) وهذا ما ذهب إليه ابن سينا. انظر، ابن سينا، **الشفاء**، المنطق (3 ـ العبارة)، مرجع مذكور، ص 113.

(ع ← ق)	←	(ع ∧ ق)
ص ص ص	ص	ص ص ص
ص ك ك	ص	ص ك ك
ك ص ص	ك	ك ك ص
ك ص ك	ك	ك ك ك

هذه صيغة كاذبة كما يظهر في الجدول.

في حال صدق الكلية السالبة: يكون التداخل على الشكل الآتي:

(لا ع ق)   تقتضي   (ليس بعض ع ق)

أو الصيغة الرمزية الآتية:

○ س (ع س ← ¬ ق س) ← ⊖ س (ع س ∧ ¬ ق س)

ويمكننا أن نتحقق من عدم صدق أحكام هذا التداخل بواسطة الجدول الصدقي أيضاً، على غرار ما فعلنا في المثال السابق، ونحكم بكذب الصورة:

(ع ← ¬ ق)   ←   (ع ∧ ¬ ق)

وعموماً، فإنّ أحكام المنطق الرياضي لا تتفق وأحكام المنطق التقليدي حيال قوانين التداخل؛ إذ تؤكد وجهة نظر المنطق التقليدي أنه إذا صدقت القضية الكلية فتصدق بالضرورة القضية الجزئية المتداخلة معها؛ في حين تذهب وجهة نظر المنطق الرياضي إلى أن صدق القضية الكلية ـ والتي هي قضية شرطية متصلة كلية بحسب تحليله ـ لا يستتبع صدق القضية الجزئية ـ والتي هي قضية موصولة بحسب تحليل المنطق الرياضي أيضاً

ثانياً: العكس المستوي: وهو استنتاج قضية من قضية؛ بحيث يكون موضوع القضية المستنتجة محمول القضية الأساسية، ومحمول القضية المستنتجة موضوع القضية الأساسية، مع المحافظة على الكيف والصدق والاستغراق. ويكون العكس عرضياً كما في القضية الكلية الموجبة عندما تعكس إلى قضية جزئية موجبة، وكما في القضية الكلية السالبة عندما تعكس إلى قضية جزئية سالبة؛ ويكون العكس تكافئياً بسيطاً كما هو الحال في القضية الكلية السالبة عندما تعكس إلى قضية كلية سالبة، والقضية الجزئية الموجبة عندما تعكس إلى قضية جزئية موجبة. من هنا، فالقضيتان الكلية السالبة والجزئية الموجبة هما اللتان تعكسان عكساً تكافئياً؛ إذ تعكس القضية الكلية السالبة إلى قضية كلية سالبة، وتعكس القضية الجزئية الموجبة إلى قضية جزئية موجبة.

والاستدلال بالعكس المستوي في المنطق التقليدي ليس صحيحاً من وجهة نظر

المنطق الرياضي إلاّ في حال العكس التكافئي، أي عكس الكلية السالبة إلى كلية سالبة وعكس الجزئية الموجبة إلى جزئية موجبة.

القضية الكلية السالبة:

(لا ع ق)　　　　تعكس إلى　　　　(لا ق ع)

○ س (ع س ← ⌐ ق س) تعكس إلى ○ س (ق س ← ⌐ ع س)

وهذا عكس صحيح؛ لأن الصورة: ○ س (ع س ← ⌐ ق س) متكافئة مع الصورة: ○ س (ق س ← ⌐ ع س). ويمكن إثبات ذلك بواسطة طريقة الجدول الصدقي[16]؛ أي إثبات صدق الصورة:

(ع ← ⌐ ق)　　　　←　　　　(ق ← ⌐ ع)

القضية الجزئية الموجبة:

(بعض ع ق)　　　　تعكس إلى　　　　(بعض ق ع)

⊖ س (ع س ∧ ق س)　　تعكس إلى　　⊖ س (ق س ∧ ع س)

وهذا عكس صحيح؛ لأن الصورة: ⊖ س (ع س ∧ ق س) متكافئة مع الصورة: ⊖ س (ق س ∧ ع س)، وذلك وفقاً لخاصية التبادل بين الروابط. ويمكن إثبات ذلك بواسطة الجدول الصدقي فيما لو أردنا، وفقاً لما تقدَّم من أمثلة

ثالثاً: نقض المحمول: وهو استنتاج قضية من قضية، بحيث يكون موضوع القضية الناتجة هو موضوع القضية الأساسية، ومحمول القضية الناتجة هو نقيض محمول القضية الأساسية. والاستدلال بنقض المحمول في المنطق التقليدي هو استدلال صحيح من وجهة نظر المنطق الرياضي؛ لأن قضايا نقض المحمول مشتقة جميعها من قانون الهوية، وفي ما يلي إثبات ذلك.

القضية الكلية الموجبة:

(كل ع ق)　　　　تنقض إلى　　　　(لا ع غير ق)

○ س (ع س ← ق س) تنقض إلى　　○ س (ع س ← ⌐ ⌐ ق س)

أي:

○ س (ع س ← ق س)　←　○ س (ع س ← ق س)؛ عملاً بمبدأ نفي النفي.

---

(16) لقد ذكرنا من الجداول الصدقية الخاصة بالاستدلال المباشر نماذج تمكن القارئ، على ما نعتقد، من التحقق من صدق أو كذب أية صورة.

وهذه صورة صحيحة؛ وهي صيغة قانون الهوية.

القضية الكلية السالبة:

(لا ع ق)   تنقض إلى   (كل ع غير ق)

○ س (ع س ← ¬ ق س) تنقض إلى ○ س (ق س ← ¬ ع س)

أي:

○ س (ع س ← ¬ ق س)   ←   ○ س (ق س ← ¬ ع س)

وهذه صيغة صحيحة، وهي صيغة قانون الهوية أيضاً.

القضية الجزئية الموجبة:

(بعض ع ق)   تنقض إلى   (ليس بعض ع غير ق)

⊖ س (ع س ∧ ق س)   تنقض إلى   ⊖ س (ع س ∧ ¬ ¬ ق س)

أي:

⊖ س (ع س ∧ ق س) ←⊖ س (ع س ∧ ق س)؛   عملاً بمبدأ نفي النفي.

وهذه صورة صحيحة، وهي صيغة قانون الهوية أيضاً.

القضية الجزئية السالبة:

(ليس بعض ع ق)   تنقض إلى   (بعض ع غير ق)

⊖ س (ع س ∧ ¬ ق س) تنقض إلى ⊖ س (ع س ∧ ¬ ق س).

أي:

⊖ س (ع س ∧ ¬ ق س) ←⊖ س (ع س ∧ ¬ ق س)؛

وهذه صورة صحيحة، وهي صيغة قانون الهوية كذلك.

رابعاً: **نقض محمول العكس المستوي**: وهو استنتاج قضية من قضية، بحيث يكون موضوع القضية المستنتجة محمول القضية الأساسية، ومحمول القضية المستنتجة نقيض موضوع القضية الأساسية. والاستدلال بنقض محمول العكس المستوي في المنطق التقليدي ليس صحيحاً، من وجهة نظر المنطق الرياضي، إلاّ في حالة واحدة فقط هي حالة القضية الكليّة السالبة.

القضية الكلية السالبة:

(لا ع ق) تعكس إلى (لا ق ع) وتنقض إلى (كل ق غير ع)

○ س (ع س ← ⌐ ق س) تعكس إلى ○ س (ق س ← ⌐ ع س)
وتنقض إلى ○ س (ق س ← ⌐ ع س)

ويمكننا، فيما لو أردنا، بواسطة طريقة الجدول الصدقي، التحقق من صدق الصورة:

(ع ← ⌐ ق) ⟷ (ق ← ⌐ ع)

خامساً: عكس النقيض: وهو استنتاج قضية من قضية، بحيث يكون موضوع القضية المستنتجة نقيض محمول القضية الأساسية، ومحمول القضية المستنتجة يكون إمّا موضوع القضية الأساسية أو نقيضه. فإذا كان محمول القضية المستنتجة موضوع القضية الأساسية سُمِّي عكس النقيض بعكس النقيض المخالف أو الجزئي؛ وإذا كان محمول القضية المستنتجة نقيض موضوع القضية الأساسية سمي عكس النقيض بعكس النقيض الموافق أو التام. والاستدلال بعكس النقيض الموافق والمخالف في المنطق التقليدي ينتج في حالات ثلاث هي: القضية الكلية الموجبة والقضية الكلية السالبة والقضية الجزئية السالبة. وسنرى أنّ الاستدلال بعكس النقيض، من وجهة نظر المنطق الرياضي، لا يصحّ إلاّ في حال عكس النقيض التام في القضية الكلية الموجبة والقضية الجزئية السالبة، وفي ما يلي إثبات ذلك:

القضية الكلية الموجبة:

○ س (ع س ← ق س) تنقض إلى ○ س (ع س ← ⌐ ⌐ ق س) وهذه تعكس إلى ○ س (⌐ ⌐ ق س ← ⌐ ع س) والتي تتحوّل، عملاً بقانون نفي النفي إلى ○ س (ق س ← ⌐ ع س) وهـذه تـنـقـض إلى ○ س (⌐ ق س ← ⌐ ع س) وهذه قضية عكس النقيض التام. وهذه صيغة صحيحة؛ لأنَّ صورة القضية الكلية الموجبة ○ س (ع س ← ق س) متلازمة مع الصورة ○ س (⌐ ق س ← ⌐ ع س) عملاً بمبدأ عكس النقيض[17].

القضية الجزئية السالبة:

⊖ س (ع س ∧ ⌐ ق س) تنقض إلى ⊖ س (ع س ∧ ⌐ ق س) وهذه تعكس إلى ⊖ س (⌐ ق س ∧ ع س) وهذه تنقض إلى ⊖ س (⌐ ق س ∧ ⌐ ⌐ ع س) والتي تتحول، عملاً بمبدأ نفي النفي إلى ⊖ س (⌐ ق س ∧ ع س)، والتي تتحوَّل، عملاً بقانون التبادل إلى الصورة ⊖ س (ع س ∧ ⌐ ق س). وعليه، فالصورة ⊖ س (ع س ∧ ⌐ ق س) متلازمة مع الصورة ⊖ س (ع س ∧ ⌐ ق س) عملاً

(17) يمكن التأكّد من ذلك بواسطة الجدول الصدقي

بقانون الهوية أو الذاتية، وهي صورة صحيحة[18].

القضية الكلّيّة السالبة:

○ س (ع س ← ¬ ق س) تـنـقـض إلى ○ س (ع س ← ¬ ¬ ق س) وهـذه تعكس إلى ⊖ س (¬ ق س ∧ ع س) (وهذا خطأ من وجهة نظر المنطق الرياضي؛ لأنه عكس عرضي) وهذه تنقض إلى ⊖ س (¬ ق س ∧ ¬ ¬ ع س) والتي تتحوَّل، عملاً بمبدأ نفي النفي، إلى ⊖ س (¬ ق س ∧ ع س) وهذه الصورة غير صحيحة؛ لأنّها غير متلازمة مع صورة القضية الكلّيَّة السالبة: ○ س (ع س ← ¬ ق س).

ويمكننا، بواسطة طريقة الجدول الصدقي، التحقق من كذب الصورة:

(ع ← ¬ ق) ⟷ (¬ ق ∧ ع)

سادساً: **النقض**: الاستدلال بالنقض غير صحيح من وجهة نظر المنطق الرياضي. وفي ما يلي مثالان توضيحيان:

القضية الكلية السالبة:

○ س (ع س ← ¬ ق س) تـعـكـس إلى ○ س (ق س ← ¬ ع س) وهـذه تنقض إلى ○ س (ق س ← ¬ ع س) وهذه تعكس إلى ⊖ س (¬ ع س ∧ ق س) (وهذا خطأ من وجهة نظر المنطق الرياضي؛ لأنه عكس عرضي) وهذه قضية نقض الموضوع، وتنقض إلى ⊖ س (¬ ع س ∧ ¬ ¬ ق س) والتي تتحوَّل، عملاً بمبدأ نفي النفي، إلى الصورة ⊖ س (¬ ع س ∧ ق س) وهذه قضية النقض التام، وهي صورة غير صحيحة؛ لأنها غير متلازمة مع صورة القضية الكلية السالبة:

○ س (ع س ← ¬ ق س)

ويمكننا أيضاً، وبواسطة طريقة الجدول الصدقي، التحقّق من كذب الصورة:

(ع ← ¬ ق) ⟷ (¬ ع ∧ ق)

القضيّة الكلّيّة الموجبة:

○ س (ع س ← ¬ ق س) تنقض إلى ○ س (ع س ← ¬ ¬ ق س) وهذه تعكس إلى ○ س (¬ ¬ ق س ← ¬ ع س) والتي تتحوَّل، عملاً بمبدأ نفي النفي إلى ○ س (ق س ← ¬ ع س) وهـذه تـنـقـض إلى ○ س (¬ ق س ← ¬ ع س) وهذه تعكس إلى ⊖ س (¬ ع س ∧ ¬ ق س) (وهذا خطأ من وجهة نظر المنطق

---

(18) يمكن التأكّد من ذلك بواسطة الجدول الصدقي.

الرياضي؛ لأنه عكس عرضي) وهذه قضية النقض التام؛ وهي بدورها تنقض إلى ⊖ س (¬ ع س ∧ ¬ ¬ ق س) والتي تتحول، عملاً بمبدأ نفي النفي، إلى ⊖ س (¬ ع س ∧ ق س) وهذه قضية نقض الموضوع.

وقضية النقض التام ⊖ س (¬ ع س ∧ ¬ ق س) التي توصلنا إليها ليست صحيحة؛ لأنها ليست متلازمة مع القضية الكلية الموجبة ○ س (ع س ← ق س)؛ كذلك فإن قضية نقض الموضوع ⊖ س (¬ ع س ∧ ق س) ليست صحيحة؛ بحسب المنطق الرياضي، لأنها ليست متلازمة مع القضية الكلية الموجبة.

ويمكننا، بواسطة طريقة الجدول الصدقي، التّحقق من كذب كل من الصورتين الآتيتين:

(ع ← ق) ⟷ (¬ ع ∧ ¬ ق)

(ع ← ق) ⟷ (¬ ع ∧ ق)

لاحظنا أنّ المنطقين الرياضي والتقليدي يتفقان في حكمهما على بعض الاستدلالات المباشرة؛ كما يختلفان في حكمهما على بعض الاستدلالات.

ففي الاستدلال بواسطة التقابل أثبتنا أنّ المنطقين الرياضي والتقليدي يتفقان في أحكام التناقض فقط، ويختلفان في أحكام التضاد والدخول تحت التضاد والتداخل.

وفي الاستدلال بواسطة العكس المستوي رأينا أنّ المنطقين يتفقان في حالتي القضية الكلية السالبة والقضية الجزئية الموجبة؛ لأنهما تعكسان عكساً بسيطاً، ويختلفان حيال القضيتين الكلية الموجبة والكلية السالبة عندما تعكسان عكساً عرضياً.

وفي الاستدلال بواسطة نقض العكس المستوي بيّنّا أنّ المنطقين يتفقان بالنسبة للقضية الكلية السالبة، ويختلفان بالنسبة لسائر القضايا.

وكذلك في الاستدلال بواسطة عكس النقيض رأينا أنّ المنطقين يتفقان في حال القضية الكلية الموجبة والجزئية السالبة، ويختلفان في حال القضيّة الكلية السالبة والجزئية الموجبة.

أمّا الاستدلال بواسطة نقض المحمول، فقد تطابقت فيه أحكام المنطقين تطابقاً تاماً.

وأخيراً، وعلى صعيد الاستدلال بواسطة النقض، سواء منه، نقض الموضوع أو النقض التام، فقد تباينت فيه أحكام المنطقين تبايناً تاماً.

ب ـ ضروب أشكال القياس الاقتراني الحملي من وجهة نظر المنطق الرياضي:

إنّ أشكال القياس الاقتراني الحملي أربعة هي:

الشكل الأول: ويكون الحد الأوسط فيه موضوعاً في المقدمة الكبرى ومحمولاً في

المقدمة الصغرى. وضروبه المنتجة أربعة.

الشكل الثاني: ويكون الحدّ الأوسط فيه محمولاً في المقدمتين. وضروبه المنتجة أربعة أيضاً.

الشكل الثالث: ويكون الحدّ الأوسط فيه موضوعاً في المقدمتين. وضروبه المنتجة ستة.

الشكل الرابع: ويكون الحدّ الأوسط فيه موضوعاً في المقدمة الصغرى ومحمولاً في المقدمة الكبرى. وضروبه المنتجة خمسة.

الشكل الأول: وضروبه المنتجة كما ذكرنا أربعة وهي:

1 ـ BARBARA وصورته: (كل ق ع) (كل ع ل) ∴ (كل ق ل)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

((ق ← ل) ← ((ع ← ل) ∧ (ق ← ع)))

ولو اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأن الضرب BARBARA هو ضرب منتج[19].

((ق	←	ل)	←	((ع	←	ل)	∧	(ق	←	ع)))
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ص
ك	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ك
ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك
ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك
			√							

2 ـ DARII وصورته: (كل ق ع) (بعض ع ل) ∴ (بعض ق ل)

(19) طريقة التحقق من صدق الضروب أو كذبها، بواسطة الجداول الصدقية، طريقة سهلة، لكنها طويلة؛ لذا سنكتفي بجدول صدقي لضربٍ صادقٍ، وجدول صدقي لضربٍ كاذبٍ، كنموذج، يمكن للقارئ أن يحتذي به فيما لو أراد التحقق من صدق أو كذب أي ضرب من ضروب القياس، بشكل عام.

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

(((ع ← ق) ∧ (ل ∧ ع)) ← (ل ∧ ق))

وإذا تحقّقنا من صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأنّ الضرب DARII ضرب منتج[20].

3 ـ CELARENT وصورته: (لا ع ق) (كل ل ع) ∴ (لا ل ق)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

(((ع ← ¬ ق) ∧ (ل ← ع) ← (ل ← ¬ ق))

ولو تحقّقنا من صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأنّ الضرب CELARENT ضرب منتج[21].

4 ـ FERIO وصورته: (لا ع ق) (بعض ل ع) ∴ (ليس بعض ل ق)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

(((ع ← ¬ ق) ∧ (ل ∧ ع)) ← (ل ∧ ¬ ق))

ولو اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأنّ الضرب FERIO ضرب منتج أيضاً[22].

إذاً، الضروب المنتجة في الشكل الأول أربعة، من وجهة نظر المنطقين، التقليدي والرياضي، وبذلك نلمس تطابقاً تاماً بين أحكام المنطقين في ما يختصّ بضروب هذا الشكل.

الشكل الثاني: وضروبه المنتجة كما ذكرنا أربعة وهي:

1 ـ CAMESTRES وصورته: (كل ع ق) (لا ل ق) ∴ (لا ل ع)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

(((ع ← ق) ∧ (ل ← ق)) ← (ل ← ¬ ع))

وإذا اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأنّ الضرب CAMESTRES ضرب منتج.

---

(20) يمكن التأكد من ذلك وفق النموذج الذي عرضناه.

(21) يمكن التأكد من ذلك وفق النموذج الذي عرضناه.

(22) يمكن التأكد من ذلك وفق النموذج الذي عرضناه.

2 ـ BAROCO وصورته: (كل ع ق) (ليس بعض لَ ق) ∴ (ليس بعض ل ع)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل التالي:

((ع ⌐ ∧ ل) ← ((ق ⌐ ∧ ل) ∧ (ق ← ع)))

وإذا اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأن الضرب BAROCO ضرب منتج.

3 ـ CESARE وصورته: (لا ع ق) (كل ل ق) ∴ (لا ل ع)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

((ع ⌐ ← ل) ← ((ق ← ل) ∧ (ق ⌐ ← ع)))

وإذا اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأنّ الضرب CESARE ضرب منتج.

4 ـ FESTINO وصورته: (لا ع ق) (بعض ل ق) ∴ (ليس بعض ل ع)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

((ع ⌐ ∧ ل) ← ((ق ∧ ل) ∧ (ق ⌐ ← ع)))

وإذا اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأن الضرب FESTINO ضرب منتج.

إذاً، الضروب المنتجة في الشكل الثاني أربعة، من وجهة نظر المنطقين، التقليدي والرياضي، وبذلك نلمس تطابقاً تامّاً بين أحكام المنطقين في ما يختصّ بضروب هذا الشكل.

الشكل الثالث: وضروبه المنتجة كما ذكرنا ستة وهي:

1 ـ DARAPTI وصورته: (كل ع ق) (كل ع ل) ∴ (بعض ل ق)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

((ق ∧ ل) ← ((ل ← ع) ∧ (ق ← ع)))

ولو اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها كاذبة[23]، ولحكمنا بأنّ الضرب DARAPTI ضرب غير منتج. وفي ما يلي الجدول الصدقي الخاص بهذا الضرب:

(23) تتضمّن النتيجة النهائية لهذا الضرب خمس قيم صادقة وثلاث قيم كاذبة، كما يظهر في الجدول.

((ع	←	ق)	∧	(ع	←	ل))	←	(ل	∧	ق))
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ص
ك	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك

2 ـ DATISI وصورته: (كل ع ق) (بعض ع ل) ∴ (بعض ل ق)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

((ع ← ق) ∧ (ع ∧ ل)) ← (ل ∧ ق))

وإذا اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأنّ الضرب DATISI ضرب منتج.

3 ـ FELAPTON وصورته: (لا ع ق) (كل ع ل) ∴ (ليس بعض ل ق)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

((ع ← ¬ ق) ∧ (ع ← ل)) ← (ل ∧ ¬ ق))

وإذا اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها كاذبة[24]، ولحكمنا بأن الضرب FELAPTON ضرب غير منتج.

4 ـ FERISON وصورته: (لا ع ق) (بعض ع ل) ∴ (ليس بعض ل ق)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل اللآتي:

((ع ← ¬ ق) ∧ (ع ∧ ل)) ← (ل ∧ ¬ ق))

وإذا اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها

(24) لو أنشأنا الجدول الصدقي الخاص بهذا الضرب، لاحظنا أنّ نتيجته النهائية تتضمن خمس قيم صادقة وثلاث قيم كاذبة.

صادقة، ولحكمنا بأنّ الضرب FERISON ضرب منتج.

5 ـ DISAMIS وصورته: (بعض ع ق) (كل ع ل) ∴ (بعض ل ق)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

(((ع ∧ ق) ∧ (ع ← ل)) ← (ل ∧ ق))

وإذا اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأنّ الضرب DISAMIS ضرب منتج.

6 ـ BOCARDO وصورته: (ليس بعض ع ق) (كل ع ل) ∴ (ليس بعض ل ق)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

(((ع ∧ ¬ ق) ∧ (ع ← ل)) ← (ل ∧ ¬ ق))

وإذا اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكنا بأنّ الضرب BOCARDO ضرب منتج.

إذاً، الضروب المنتجة في الشكل الثالث ستة من وجهة نظر المنطق التقليدي؛ بينما هي أربعة من وجهة نظر المنطق الرياضي. وبذلك نلمس اختلافاً واضحاً بين أحكام المنطقين في ما يتعلق بالضروب المنتجة لهذا الشكل.

الشكل الرابع[25] وضروبه المنتجة كما ذكرنا خمسة وهي:

1 ـ BRAMANTIP وصورته: (كل ع ق) (كل ق ل) ∴ (بعض ل ع)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

(((ع ← ق) ∧ (ق ← ل)) ← (ل ∧ ع))

وإذا تحقّقنا من صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها كاذبة[26]، ولحكمنا بأنّ الضرب BRAMANTIP ضرب غير منتج.

2 ـ CAMENES وصورته: (كل ع ق) (لا ق ل) ∴ (لا ل ع)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

---

(25) وهو ليس من وضع أرسطو؛ إذ المشهور الوارد في كتب المنطق أنه من وضع كلوديوس جالينوس، الطبيب اليوناني الذائع الصيت؛ ولذا سُمّي هذا الشكل بالشكل الجاليني. انظر، هادي فضل الله، **مقدّمات في علم المنطق**، بيروت، دار الهادي، 1996م، ص 279.

(26) يمكن التحقق من أن النتيجة النهائية لهذا الضرب تتضمّن خمس قيم صادقة وثلاث قيم كاذبة.

(((ع ← ق) ∧ (ق ← ¬ ل)) ← (ل ← ¬ ع))

وإذا تحقّقنا من صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي، لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأنّ الضرب CAMENES ضرب منتج.

3 ـ FESAPO وصورته: (لا ع ق) (كل ق ل) ∴ (ليس بعض ل ع)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

(((ع ← ¬ ق) ∧ (ق ← ل)) ← (ل ∧ ¬ ع))

وإذا اختبرنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها كاذبة[27]، ولحكمنا بأنّ الضرب FESAPO ضرب غير منتج.

4 ـ FRESISON وصورته: (لا ع ق) (بعض ق ل) ∴ (ليس بعض ل ع)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل الآتي:

(((ع ← ¬ ق) ∧ (ق ∧ ل)) ← (ل ∧ ¬ ع))

وإذا تحقّقنا من صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأنّ الضرب FRESISON ضرب منتج.

5 ـ DIMARIS وصورته: (بعض ع ق) (كل ق ل) ∴ (بعض ل ع)

وإذا وضعنا هذه الصورة بالرمزية الخاصة بمنطق المحمولات؛ لأصبحت على الشكل التالي:

(((ع ∧ ق) ∧ (ق ← ل)) ← (ل ∧ ع))

وإذا تحقّقنا من صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي؛ لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأنّ الضرب DIMARIS ضرب منتج.

إذاً، الضروب المنتجة في الشكل الرابع خمسة من وجهة نظر المنطق التقليدي، بينما هي ثلاثة من وجهة نظر المنطق الرياضي. وبذلك نلمس اختلافاً واضحاً بين أحكام المنطقين في ما يتعلق بالضروب المنتجة للشكل الرابع.

لو تساءلنا عن سبب عدم تسليم أصحاب المنطق الرياضي بكل براهين واستدلالات أصحاب المنطق التقليدي؛ لتبيّن لنا أنّ السبب يكمن في النظرة التي نظرها أصحاب المنطق الرياضي إلى القضية الكية والقضية الجزئية، والتي تختلف اختلافاً كبيراً عن النظرة التي كان نظرها أصحاب المنطق التقليدي إلى هاتين القضيتين.

(27) يمكن التحقق من أن النتيجة النهائية لهذا الضرب، تتضمّن خمس قيم صادقة وثلاث قيم كاذبة.

فالقضية الكلية، في نظر أصحاب المنطق الرياضي، هي قضية غير وجودية، أي أنها لا تتحدّث عن أفراد معينين موجودين؛ وهي بعد تحليلها عبارة عن قضية شرطية تفترض حصول شيء إذا حصل شيء آخر؛ فهي علاقة مشروط بشرط، أو ملزوم بلازم. أمّا القضية الجزئية، فهي في نظرهم قضية وجودية، أي قضية تتكلّم عن موضوع موجود، سواء أكان فرداً واحداً أم أكثر.

وانطلاقاً من هذا التحليل للقضيتين الكليّة والجزئية استبعد المناطقة الرياضيون إمكانية استنتاج قضية جزئية من قضية كلية، أي استنتاج قضية وجودية من قضية غير وجودية؛ لأن في ذلك تناقضاً ظاهراً؛ إذ كيف يمكن أن نستنتج ما هو موجود ممّا ليس له وجود، أي كيف نستنتج الوجود من العدم؟.

وعليه، ودائماً من وجهة نظر المناطقة الرياضيين، فإنّ المنطق التقليدي قد فشل في تحليل علاقة التداخل، أي فشل في استنتاج قضية جزئيّة لها موضوع موجود من قضية كلية موضوعها غير موجود؛ كما فشل في تحليل علاقة التضاد بين القضيتين الكليتين؛ لأنّ القضيتين الكليتين ليستا وجوديتين، وبالتالي فهما متساويتان صدقاً وكذباً، ولا يمكن أن نستنتج صدق إحداهما من كذب الآخرى، كما تنصّ قوانين التضاد في المنطق التقليدي. وكذلك فشل المنطق التقليدي بالنسبة لعلاقة الدخول تحت التضاد؛ لأنه إذا لم يوجد بالفعل أفراد لموضوع القضية الجزئية الموجبة مع القضية الجزئية السالبة، لما تمكّنّا من أن نستدلّ على عدم كذبهما معاً أو احتمال صدقهما معاً.

وما ذكرناه، من وجهة نظر أصحاب المنطق الرياضي بصدد قوانين التقابل الكاذبة، ينطبق أيضاً على سائر أنواع الاستدلال المباشر الكاذبة، من العكس المستوي العرضي، إلى نقض العكس المستوي، إلى عكس النقيض، فالنقض.

إلى ذلك، فإنّ ما قلناه عن الاستدلال المباشر يمكن قوله حيال الاستدلال القياسي.

فالمنطق الرياضي يتّفق مع المنطق التقليدي بالنسبة للاستدلالات الخاصة بالأشكال الأربعة من أشكال القياس الاقتراني الحملي، باستثناء الضربين DARAPTI و FELAPTON من ضروب الشكل الثالث، والضربين BRAMANTIP و FESAPO من ضروب الشكل الرابع، والسبب في كذب الضروب الأربعة المذكورة، يرجع إلى أن القضية الكلية هي قضية غير وجودية لا تتحدث عن أفراد فعليين موجودين، وأن القضية الجزئية قضية وجودية حقيقية تتحدّث عن فرد أو أفراد وجوديين.

لكن، نتساءل هنا، هل غفل أرسطو، وهو واضع علم المنطق، عن التمييز بين القضية الكليّة والقضية الجزئية، وهل يمكن أن يكون مؤسس علم المنطق بهذه البساطة والعفوية؟.

برأينا، لقد عالج أرسطو القضايا الحملية بشكل لا يمكن أن تنعت به القضية بالصدق أو بالكذب إلاّ إذا كانت ذات موضوع وجودي. من هنا يمكن القول، ليس من

باب الدفاع عن أصحاب المنطق التقليدي؛ وإنما من زاوية الحقيقة المنصفة، أنّ أرسطو وأصحاب المنطق التقليدي، بشكل عام، عالجوا القضايا على أساس صدقها أو كذبها؛ أي على أساس أنها قضايا وجودية، وبالتالي فإن موضوعاتها لها أفراد تمثّلها في الواقع العيني. وعليه، فلم يفرقوا في ذلك بين قضيّة كلية وأخرى جزئية. وإذا صحَّ ذلك فتكون كل الاستدلالات المباشرة وغير المباشرة في المنطق التقليدي صحيحة أو مبرَّرة من المنطق الرياضي ذاته.

وفي الختام، فإن امتياز المنطق الرياضي من أنواع المنطق الأخرى، وبخاصة المنطق التقليدي، بالمرونة والرمزية والطواعية، وميلنا، بسبب ذلك، نحو هذا المنطق، واختيارنا له، لا يعني البتّة، أن ما عداه منطق ناقص أو مقصِّر؛ فلكل منطق مسلّماته وقوانينه التي قد لا يستقيم بعضها مع مسلمات وقوانين منطق آخر. فـ «العقل يفكر ويستنبط بمقتضى كل أنواع المنطق المختلفة المتعارضة فيما بينها»[28].

(28) محمد ثابت الفندي، **أصول المنطق الرياضي** (LOGISTIC)، بيروت، دار النهضة العربية للطبعة والنشر، 1976م، ص 216.